

Article, Published Version

Gehrig, Wilhelm

Strömungsrichtungsmessung mit einem Kreiszyylinder

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/103179>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Gehrig, Wilhelm (1956): Strömungsrichtungsmessung mit einem Kreiszyylinder. In: Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau 7. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 1-7.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Strömungsrichtungsmessung mit einem Kreiszylinder.

Von Dipl.-Ing. Gehrig

Für die vielgestaltigen Aufgaben der Untersuchungen an hydraulischen Modellen ist es öfters erforderlich, die Richtung der Strömung an der Wasseroberfläche und in der Tiefe zu ermitteln, während die Strömungsrichtung an der Oberfläche sehr einfach durch Aufstreuen von Papierschnitzeln oder Ähnlichem festgestellt werden kann, ist für die tieferen Wasserschichten ein anderes Verfahren von hinreichender Genauigkeit notwendig.

Eine Möglichkeit zur genaueren Strömungsrichtungsbestimmung in allen Wassertiefen bietet die Auswertung der Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse bei der Umströmung eines Kreiszylinders. Diese Strömung erfolgt symmetrisch zur Anströmungsrichtung. Dabei sind die Geschwindigkeiten und die daraus resultierenden Drücke entlang des Kreisumfanges für je zwei symmetrisch zur Anströmungsrichtung liegenden Punkte gleich. Liegen diese Punkte nicht symmetrisch zur Anströmungsrichtung, so stellt sich zwischen den beiden ein Differenzdruck ein, der durch Drehen des Kreiszylinders und Herstellen der Symmetrie zum Verschwinden gebracht werden kann. Dadurch kann die Richtung der Strömung festgestellt werden. Für die Strömungsrichtungsmessung nach dieser Methode ist also ein Kreiszylinder erforderlich, der symmetrisch zu einem Durchmesser als Mittelachse zwei Bohrungen hat, deren Drücke bei der Zylinderumströmung an eine Manometerharfe geleitet werden. Die günstigste Lage der beiden Bohrungen rechts und links der Mittelachse kann durch eine Berechnung der Potentialströmung um einen Kreiszylinder ermittelt werden.

Die Abbildungsfunktion, die diese Strömung vermittelt, lautet:

$$w = c \left(Z + \frac{a^2}{Z} \right)$$

dabei ist:

$c = u = \text{const} =$ ungestörte Parallelströmungsgeschwindigkeit

$a =$ Zylinderradius

$Z =$ Komplexe Veränderliche

Diese Abbildungsfunktion lässt sich einmal rein mathematisch nach der Funktionentheorie durch die Laurent'sche Potenzreihenentwicklung aufstellen oder rein anschaulich durch die Überlagerung einer Parallelströmung mit einer Doppelquelle. Die Doppelquelle bewirkt dabei, daß die Stromlinien der Parallelströmung sich ausbiegen und den Zylinder mit dem Radius $r = a$ umschliessen.

Parallelströmung: $f_1 = u \cdot Z$

Doppelquelle: $f_2 = \frac{u \cdot a^2}{Z}$

Löst man die Abbildungsfunktion $w = \varphi + i\psi = u \left(Z + \frac{a^2}{Z} \right)$ auf, so erhält man

die Gleichung der Potentiallinien: $\varphi = ux \left(1 + \frac{a^2}{x^2+y^2} \right) = \text{const.}$

und die Gleichung der Stromlinien: $\psi = uy \left(1 - \frac{a^2}{x^2+y^2} \right) = \text{const.}$

Mit diesen Gleichungen können für φ bzw. $\psi = 1; 2; 3 \dots n$ die Potential- und Stromlinien berechnet und gezeichnet werden.

Für das Strömungsrichtungsmeßgerät interessieren hier nur die Geschwindigkeits- und Druckverteilung am Kreiszyklinderumfang. Allgemein ist die Geschwindigkeit

$$w = \frac{dw}{dz} \quad (w \text{ bei komplexer Funktion vektoriell})$$

Hier ist nur der Betrag von w erforderlich:

$$\bar{v} = |w| = \left| \frac{dw}{dz} \right| = u \left(1 - \frac{a^2}{z^2} \right)$$

Nach dem Eulerschen Satz kann für $z = x + iy$ geschrieben werden:

$$z = r e^{i\vartheta} = r (\cos \vartheta + i \sin \vartheta)$$

Damit ergibt sich für $\bar{v} = |w| = \left| \frac{dw}{dz} \right| = \left| u \left(1 - \frac{a^2}{r^2} e^{-2i\vartheta} \right) \right|$

Für den Zylinderumfang ist $r = a$

$$\bar{v} = \left| u (1 - e^{-2i\vartheta}) \right|$$

Der Wert von v muss an einer geometrischen Figur abgeleitet werden.

Nach Figur 1 ergibt sich der Betrag der Geschwindigkeit am Zylinderumfang:

$$\bar{v} = u \cdot 2 \sin \vartheta = |10|$$

Für $\vartheta = 0$ bzw. $\vartheta = \pi = 180^\circ$ ist $\bar{v} = 0$ (Staupunkte)

für $\vartheta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ bzw. $\vartheta = \frac{3}{2}\pi = 270^\circ$ ist $\bar{v} = v_{\max} = 2 u$

Die Druckverteilung am Umfang des Kreiszylinders berechnet sich aus $p = q - \frac{\rho}{2} v^2$, an den Staupunkten ist $q = q_{\max} = \frac{\rho}{2} u^2$ damit ist $p = \frac{\rho}{2} (u^2 - v^2)$ mit $v = u \cdot 2 \sin \vartheta$ ist

$$p = \frac{\rho}{2} u^2 (1 - 4 \sin^2 \vartheta)$$

Für $\vartheta = 90^\circ$ ist $p = \frac{\rho}{2} u^2 (1 - 4) = -3 \frac{\rho}{2} u^2 = -3 q_{\max}$

Die Stelle am Kreisumfang, die die grösste Druckänderung hat, also an der die Bohrungen für Druckmessung angebracht werden sollen, ergeben sich aus

$$\frac{dp}{d\vartheta} = - \frac{\rho}{2} u^2 \cdot 4 \sin \vartheta \cos \vartheta \cdot 2$$

bzw. dem Wendepunkt der Druckkurve:

$$\frac{d^2 p}{d\vartheta^2} = 4 u^2 (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta) = 0$$

$$\cos \vartheta = \sin \vartheta, \text{ also } \vartheta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Bei einem Winkel von $\vartheta = \pm 45^\circ$ von der Mittelachse ergibt sich am Kreisumfang die grösste Druckänderung, d.h. die grösste Empfindlichkeit.

Die Beziehung zwischen dem Differenzdruck der beiden Bohrungen Δp und dem Winkel ϑ , unter dem die Mittelachse der Bohrungen angeströmt wird, lässt sich an Hand der Fig. 2 ableiten.

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$= \frac{u^2}{2g} (1 - 4 \sin^2 (45^\circ - \vartheta)) - (1 - 4 \sin^2 (45^\circ + \vartheta))$$

$$\text{bei } \vartheta = \frac{r}{g} \text{ und } \gamma = 1,0 \frac{gr}{cm^3}$$

$$\text{oder } \Delta p = \frac{u^2}{2g} 4 \sin 2\vartheta$$

In der dimensionslosen Form $\frac{\Delta p}{u^2/2g} = 4 \sin 2\vartheta$

ist diese Funktion in der Abbildung 5 als theoretische Kurve dargestellt.

Entsprechend dieser mathematischen Ableitung ist vom Verfasser für Laboratoriumszwecke in der Bundesanstalt für Wasserbau ein Gerät für Strömungsrichtungsmessungen entwickelt worden, das in den Abbildungen 3 und 7 (Foto, Seite 9) dargestellt ist.

Der eigentliche Meßkörper besteht aus einem Messingrohr mit Kreisquerschnitt mit einem Aussendurchmesser von 10 mm. Unter einem Winkel von jeweils 45° von der Mittelachse sind zwei Schlitzte gefräst von 0,8 mm Breite und 3 mm Länge. Diese Schlitzte sind einzeln über Messingröhrchen und Gummischläuche an eine Manometerharfe angeschlossen. Am Messingrohr ist eine Scheibe mit Gradeinteilung und an der Halterung ein Zeiger zur Feststellung des Verdrehungswinkels angebracht. Das ganze Gerät ist an einen Spitzentaster für Meßbrücken befestigt und somit nach Höhe und Seite verstellbar.

Mit diesem Gerät wurde nach Feststellung der Null-Richtung eine Reihe von Messungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten durchgeführt, die die Richtungsempfindlichkeit des Gerätes zeigen sollen. In der Abbildung 4 sind die Ergebnisse dieser Messungen dargestellt. In der Ordinate ist die Differenzanzeige Δp in mm und in der Abszisse die Drehwinkel ϑ von 5° zu 5° aufgetragen. Dabei ergab sich bei der kleinen Geschwindigkeit von $v = 10$ cm/s und einem Drehwinkel von 5° noch ein Δp von etwa 5/10 mm, so daß bei dieser Geschwindigkeit eine Genauigkeit in der Richtungsbestimmung von $1^\circ - 2^\circ$ noch erreicht werden kann. Bei höheren Geschwindigkeiten wird die Genauigkeit entsprechend grösser.

Trägt man die gemessenen Werte in der dimensionslosen Form $\frac{\Delta p}{v^2/2g}$ auf (Abbildung 5), so erkennt man, dass die daraus sich er-

gebenden Kurven unter der theoretisch entwickelten Kurve $\frac{\Delta p}{v^2/2g}$

$= 4 \sin 2\vartheta$ liegen. Sie liegen um so tiefer je höher die Anströmgeschwindigkeit v ist und erreichen bei einer Geschwindigkeit von etwa 20 cm/s eine Grenzlage, so daß die Kurven für $v = 19,8$ cm/s

und $v = 30,4 \text{ cm/s}$ praktisch zusammenfallen. Die theoretische Kurve ist aus einer Potentialströmung, d.h. ablösungsfreien Strömung entwickelt. Bei der Zylinderumströmung mit Ablösung beeinflusst die Anströmungsgeschwindigkeit durch die Lage der Ablösungsstellen den Druckverlauf um den Zylinder und damit die Differenzanzeige Δp .

Für die Bestimmung der Strömungsrichtung hat der Unterschied zwischen der ablösungsfreien (Potentialströmung) und der ablösungsbehafteten Zylinderumströmung keine praktische Bedeutung, da die Symmetrie der Strömung erhalten bleibt.

Das oben beschriebene Gerät kann auch zur Bestimmung der Anströmungsgeschwindigkeit selbst verwendet werden. Wird nämlich das Zylinderrohr so gestellt, daß eine der beiden Meßöffnungen direkt in der Anströmrichtung liegt ($\alpha = \pm 45^\circ$), so erhält sie den Staudruck $p_1 = \frac{v^2}{2g}$, während die zweite Öffnung unter 90° zu ihr steht und einen Druck von theoretisch $p_2 = \frac{-3}{2} \frac{v^2}{2g}$ anzeigt, so dass die Differenz $\Delta p = 4 \frac{v^2}{2g}$ ist. Dies ergibt sich auch aus der Gleichung für $\Delta p = \frac{v^2}{2g} \cdot 4 \sin 2\alpha$ bei $\alpha = 45^\circ$.

Die Auftragungen der Abbildung 5 zeigen jedoch, daß - durch die Ablösungen bedingt - die Differenz $\Delta p = 2,5 \div 3,4 \cdot \frac{v^2}{2g}$ ist und den theoretischen Faktor 4 nicht erreicht. Das Zylindermeßgerät ist jedoch einem normalen Pitotrohr, das nur die einfache Geschwindigkeitshöhe $\Delta h = \frac{v^2}{2g}$ anzeigt durch die 2,5- bis 3,4-fache grössere Anzeige gerade bei kleinen Geschwindigkeiten überlegen.

Wie weit sich die beiden Geräte in ihren Anzeigen unterscheiden, ist aus der Abbildung 6 zu ersehen. Während das Pitotrohr z.B. bei einer Geschwindigkeit von $v = 10,85 \text{ cm/s}$ ein $\Delta h = 0,6 \text{ mm}$ anzeigt, ergibt sich beim Zylinder-Meßgerät mit $\alpha = 45^\circ$ $\Delta p = 2,0 \text{ mm}$. Es können also mit dem beschriebenen Gerät kleinere Geschwindigkeiten als mit dem Pitotrohr gemessen werden.

Literatur:

- 1) B.Eck: Technische Strömungslehre.
- 2) W. Kaufmann: Technische Hydro- und Aeromechanik.
- 3) Eisner: Widerstandsmessungen an umströmten Zylindern.

Abb. 1

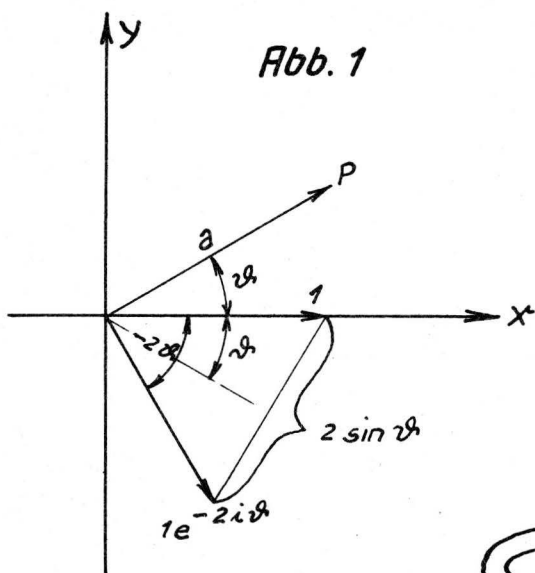


Abb. 2

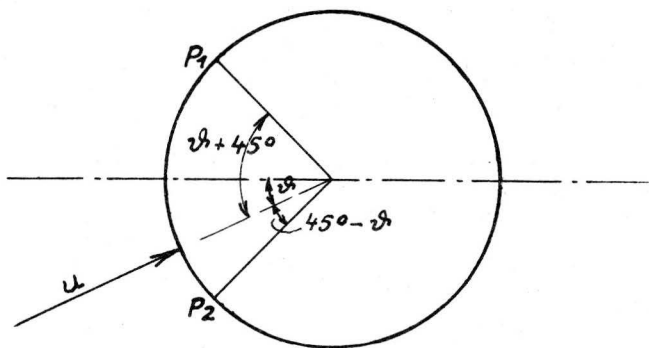
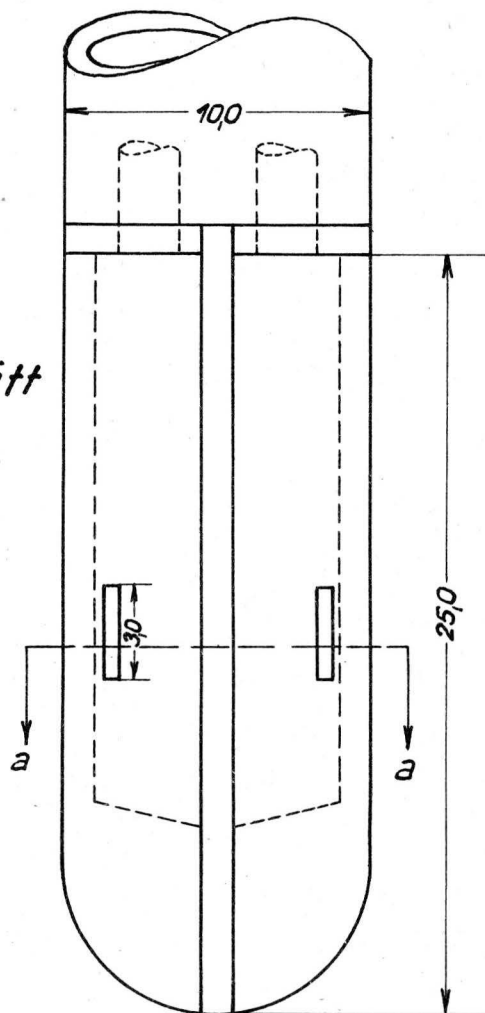
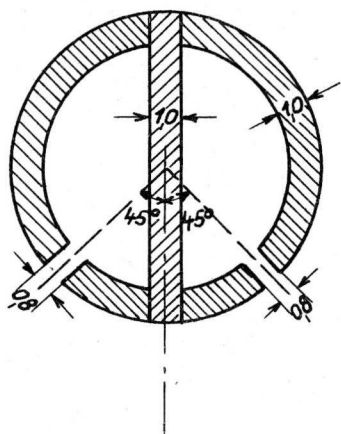


Abb. 3

Ansicht u. Schnitt
des Meßkopfes



Schnitt
a-a



Maße in mm

Gehrig
Strömungsrichtungs-
messung

Abb. 4

Beziehung zwischen dem Drehwinkel ϑ und der Differenzanzeige.

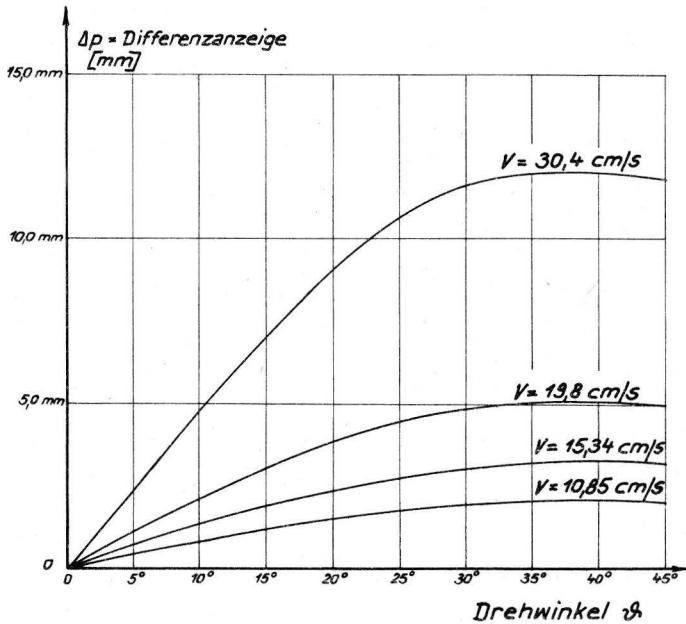


Abb. 5

Beziehung zwischen $\frac{\Delta h}{V^2/2g}$ und dem Drehwinkel ϑ
(Dimensionslose Auftragung)

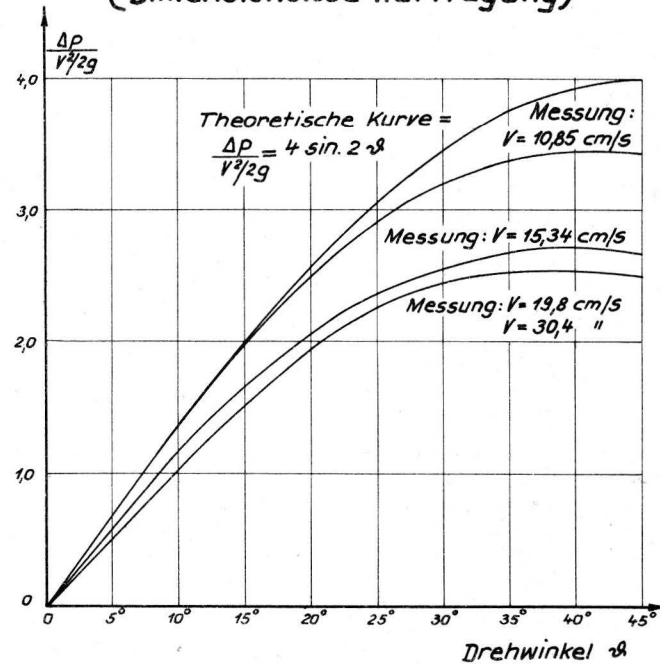


Abb. 6

Vergleich der Kurve $\Delta h = f(V)$ des Zylindermeßgerätes mit der Kurve $\Delta h = \frac{V^2}{2g}$ des Pitotrohres

